



TITLE:

日本株式市場局面とインプライドボラティリティの性質(不確実性を含む意思決定の数理とその応用)

AUTHOR(S):

加藤, 明; 宮崎, 浩一

CITATION:

加藤, 明...[et al]. 日本株式市場局面とインプライドボラティリティの性質(不確実性を含む意思決定の数理とその応用). 数理解析研究所講究録 2007, 1548: 210-217

ISSUE DATE:

2007-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/80816>

RIGHT:

日本株式市場局面とインプライドボラティリティの性質

電気通信大学大学院 電気通信学研究科 システム工学専攻
加藤 明(Akira Kato), 宮崎 浩一(Koichi Miyazaki)
University of Electro-Communications, Department Systems Engineerings

1. はじめに

オプションの評価公式として有名な Black-Scholes 式(以下 BS 式と記す)が 1973 年に公表されてから 30 年余りが経過し, その間にオプション評価法は, オプション市場に対する計量分析結果を踏まえながら発展を遂げてきた[1]. オプション市場の計量分析結果で最も重要なものとして, スキューやスマイルカーブの発見が挙げられる.

BS 式において, 原資産価格のリターンの変動性を表すボラティリティは, 評価対象となるオプションの権利行使価格や満期が異なっていたとしても一定であることを仮定している. しかしながら, オプション市場において現実に値付けされているオプション価格を用い, ボラティリティを BS 式から逆算すると(逆算して得られた値をインプライドボラティリティと呼ぶ(以下 IV と記す)). IV は権利行使価格, 満期ごとに異なっており, 原資産を売却する権利であるプットオプションの場合, 権利行使価格が原資産価格と等しい場合(アット・ザ・マネー(以下 ATM と記す))の IV よりも権利行使価格が原資産価格よりも低い場合(アウト・オブ・ザ・マネー(以下 OTM と記す))の IV のほうが高い場合が多く見受けられる. また, 横軸に権利行使価格, 縦軸に IV をとり, グラフ化すると IV は一定ではなくほとんどの場合原資産価格よりも権利行使価格が低くなるにつれて上昇する, このような権利行使価格と IV の関係をスキューと呼ぶ. このような実際のオプション市場で観測されるスキューを考慮した実用的なオプション評価法は, BS 公式から 20 年余りが経過した 1994 年にインプライド・ツリー法として, Dipeire, Derman, Rubinstein 等によって, 独立に提案され, 今日においても重要なオプション評価モデル体系の一つとして位置づけられている[2][4][6]. 彼等が提案する手法を用いれば, 評価日においてオプション市場から得られる IV 情報と整合的に多くのエキゾチックオプション(市場で取引されず, 相対取引として売買される複雑なオプション)の評価が可能となる. しかし, エキゾチックオプションの中でも, 原資産を IV とするものを評価する場合には, 評価日においてオプション市場から得られる IV 情報のみならず, 将来の IV のダイナミックスに関する情報も必要となる. よって, 21 世紀に入り, IV のダイナミックスに焦点が当てられるようになってきた.

IV のダイナミックスに関する先行研究の中で興味深いものとして Derman が挙げられる[3]. Derman は, 卓越したオプション市場観察力によって, S&P500 オプション市場における IV のダイナミックスとして, 3 通りの特性を提案した. 第一に, オプションの IV は, 権利行使価格に依存して決定される(Sticky Strike Model), つまり, 権利行使価格ごとに観測すれば, IV は概ね一定である. 第二に, オプションの IV は, 原資産価格と権利行使価格との乖離幅に依存して決定される(Sticky Delta Model), つまり, 乖離幅ごとに観測すれば, IV は概ね一定である. 第三に, オプションの IV は, インプライド・ツリーに依存して決定される(Sticky Implied Tree Model), つまり, 将来の IV は初期時点におけるインプライド・ツリーが示唆する IV に概ね同じである. さらに Derman は, これら 3 通りの性質がどのような株式市場局面で見られやすいのかを概観した. しかし残念なことに, Derman 自身が論文の中で用いている “In a qualitative way” や “Data patterns observable by eye” という用語が示唆するように, IV の特性を提案し概観したに過ぎず計量的アプローチはなされていない. また, Sticky Implied Tree Model は, 日本のオプション市場で実証分析を行う場合, オプションの満期日が月ごとに特定の 1 日に設定されているため, エキゾチックオ

プシヨンの評価で重要となる IV の日々のダイナミックスを捉えることができないモデルとなり、実用的なモデルとはいえない。

そこで、本研究では、第一に、Derman が提案した、3 つの IV の特性(Sticky Strike Model, Sticky Delta Model, Sticky Implied Tree Model)のうち 2 つ(Sticky Strike Model, Sticky Delta Model)を取り上げる。さらに、Sticky Implied Tree Model の代替として Sticky Skew Model を提案し、この 3 つのモデルと実際の IV との関係を実証する手法を提示する。第二に、これらの特性を株式市場の局面と関連付ける計量分析アプローチを提案する。そして、最後に、日経 225 オプション市場に基づき実証分析を行い、株式市場局面が IV の性質に与える影響を考察する。

本論文の構成は以下の通り。第二節では、Derman が提案した 3 つの IV 特性と Sticky Skew Model に関して手短かにまとめる。第三節では、Sticky Strike Model, Sticky Delta Model, Sticky Skew Model の IV 特性を実証する手法を示し、第四節では、株式市場の局面と関連付けるモデルを提案する。第五節では、実証分析とシミュレーションを行う。最終節ではまとめと結語を付す。

2. インプライドボラティリティに関する 3 通りの特性

本節では、Derman が提案する IV の 3 通りの特性(Sticky Strike Model, Sticky Delta Model, Sticky Implied Tree Model)と本研究で提案する Sticky Skew Model について手短かにまとめる。

2.1 Sticky Strike Model

Sticky Strike Model(以下 SSM と記す)とは、将来の IV が将来時点 t における原資産価格 S_t に依存せず、権利行使価格 K のみに基づいて、決定されるモデルである。Fig.1 はスキューの傾きを模式的に表したものであり $b(K, t_0, T)$ は初期時点 t_0 において権利行使価格 K における IV と ATM での IV の差を権利行使価格 K と原資産価格 S_{t_0} の差で割ったものである。IV のダイナミックス $\sigma(S_t, K, t, T)$ は、式(2.1)のように、ATM での IV を $\sigma_{ATM}(t_0, T)$ とおき、初期時点 t_0 における IV のスキューの傾き $b(K, t_0, T)$ を係数とし、権利行使価格 K から初期時点 t_0 における原資産価格 S_{t_0} を引いた、権利行使価格 K のみに依存する $(K - S_{t_0})$ の関数とみなすことによってモデル化する。つまり、将来時点のオプションの IV は、その時点における原資産価格とは無関係であり、当該オプションの権利行使価格 K に対応する初期時点の IV に等しくなる。

$$(2.1) \quad \sigma(S_t, K, t, T) = \sigma_{ATM}(t_0, T) + b(K, t_0, T)(K - S_{t_0})$$

$\sigma(S_t, K, t, T)$: 原資産価格 S_t , 権利行使価格 K , オプション満期 T , 時点 t における IV

$\sigma_{ATM}(t_0, T)$: 初期時点 t_0 における満期 T の ATM オプションの IV

$b(K, t_0, T)$: 初期時点 t_0 における権利行使価格 K , 満期 T のオプションのスキューの傾き

S_{t_0} : 初期時点 t_0 における原資産価格 S_t

α : 時点 t での原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅

上記のモデル化に基づく原資産価格推移を二項ツリーで表現したものが Fig.2 である。Fig.2 から、二項ツリーの形状が原資産価格 S_t に依存せず、権利行使価格 K のみに依存している(Fig.2 の横向きに二項ツリーの形状が等しいものが並ぶ)ことが読み取れる。なお、図中の点線は、権利行使価格 K を示す。

2.2 Sticky Delta Model

Sticky Delta Model(以下 SDM と記す)とは、将来の IV が将来時点における原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α (概ねデルタで捉えることができる)に依存して決定されるモデルである。IV のダイナミックス $\sigma(S_t, S_t + \alpha, t, T)$ は、SSM とは異なり、式(2.2)のように、将来時点 t の原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α に対応する IV によってモデル化する。

$$(2.2) \quad \sigma(S_t, S_t + \alpha, t, T) = \sigma_{ATM}(t_0, T) + b(K, t_0, T)\alpha$$

上記のモデル化を二項ツリーで表現したものが Fig.3 である。Fig.3 から、二項ツリーの形状が、乖離幅 α のみに依存している(Fig.3 の斜め方向に二項ツリーの形状の等しいものが並ぶ)ことが読

み取れる。

2.3 Sticky Implied Tree Model, Sticky Skew Model

Sticky Implied Tree Model(以下 STM と記す)のモデル化は、先の SSM, SDM とは少し異なる。SSM, SDM では、各二項ツリーの上昇、下降は一定であり、ツリー上の位置(原資産価格の状態)に応じて異なることはなかった。STM では単一満期のオプションから得られる IV のみならず、多くの満期のオプションから得られる IV の情報を利用して、その各満期時点の IV のスキューに応じて二項ツリーを書くため、二項ツリーの形状がツリー上の位置に応じて異なることになる。IV のダイナミクス $\sigma(S_t, K, t, T)$ は、式(2.3)のように、初期時点 t_0 において得られるさまざまな満期の IV のスキューを用いて構成したインプライド・ツリーにおいて、初期時点 t_0 のデルタ $(K - S_{t_0})$ および初期時点 t_0 と将来時点 t の原資産価格 S_t の乖離 $(S_t - S_{t_0})$ を考慮した部分に対する IV によってモデル化する。ここで $b(K, t, T)$ は同一オプションの満期が日々存在するとし、時点 t に応じたオプションの IV のスキューの傾きを示す。

$$(2.3) \quad \sigma(S_t, K, t, T) = \sigma_{ATM}(t, T) + b(K, t, T)(K - S_{t_0} + S_t - S_{t_0})$$

STM は日々の IV のダイナミクスを捉えるためのインプライド・ツリーを構成する際、原資産と権利行使価格 K が同一のオプションの満期日が日々存在しているということが仮定されているために、日々の IV のダイナミクスを得ることが可能なモデル化となっている。しかし、実際の日本のオプション市場において、限月は月次で揃っているため、STM を適用しようとする、満期日に関するインターポレーションが粗くなってしまう。

そこで、本研究では、初期時点 t_0 のスキューの形状に合わせ IV の日々の変動を捉えることができる Sticky Skew Model(以下 SSKM と記す)を提案する。SSKM は乖離幅に対して一定の IV を与えるモデルであったが、SSKM では、原資産価格変動にあわせ、ATM の IV を初期時点のスキューに合わせて変化させた上で、乖離幅 α に着目したモデル化となっている。具体的には、IV のダイナミクス $\sigma(S_t, S_t + \alpha, t, T)$ は、式(2.4)のように、初期時点のスキューの傾きに合わせ、IV の全体の水準を変化させる乖離幅 α および初期時点と将来時点の原資産価格の乖離 $(S_t - S_{t_0})$ を考慮する部分によってモデル化する。

$$(2.4) \quad \sigma(S_t, S_t + \alpha, t, T) = \left\{ \sigma_{ATM}(t_0, T) + b(K, t_0, T)(S_t - S_{t_0}) \right\} + b(K, t_0, T)\alpha$$

上記のモデル化を二項ツリーで表現したものが Fig.4 である。Fig.4 から、二項ツリーの形状が、原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α に依存している(Fig.4 の斜め方向に二項ツリーの形状の等しいものが並ぶ)ことが読み取れる。また、SSKM では原資産価格 S_t の変動を捉え、スキューに合わせて IV を変化させるので、原資産価格 S_t の変動によりツリーの形状が変化する。ただし、Fig.4 の二項ツリーの IV のスキューの傾きは負である。

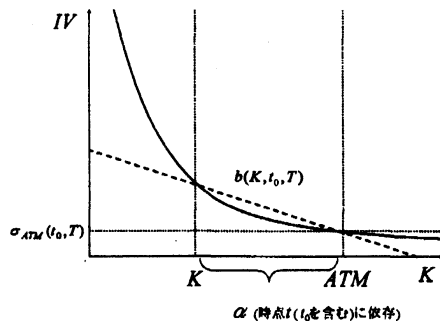


Fig.1 The slope of the initial skew

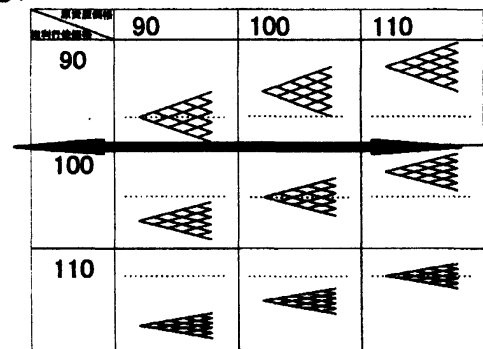


Fig.2 Binomial tree (SSM)

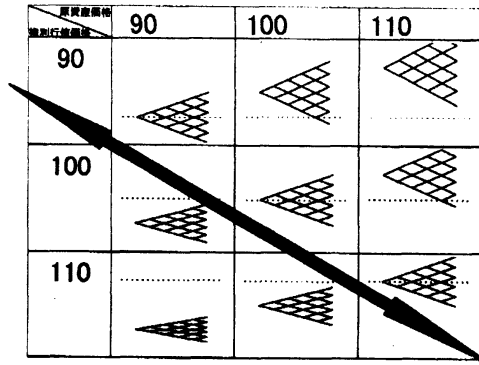


Fig.3 Binomial tree (SDM)

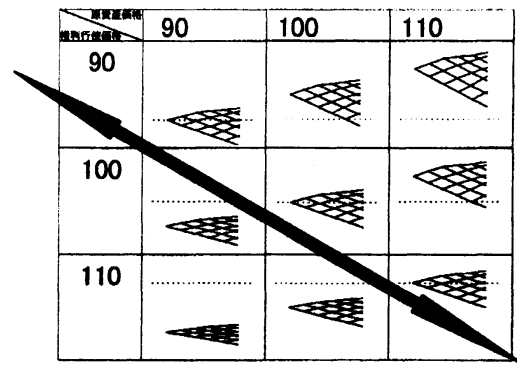


Fig.4 Binomial tree (SSKM)

3. 3通りのIV特性との計量モデル

本節では、節2において示したSSM, SDM, SSKMの3通りのモデルがどの程度将来のIVのダイナミクスを表現するモデルとして適しているかを計量する手法を提案する。

比較基準として、モデルが提示する将来時点のIVと将来時点において実現するIVとの誤差である絶対誤差および標準誤差を用いる。以下では、理解を容易にするため、観測期間を4月の1ヶ月(4月1日から日々4月30日まで観測)、プットオプションを5月限月のオプションとする場合を取り上げて絶対誤差および標準誤差の算出法を示す。

3.1 Sticky Strike Model

ここでは、式(2.1)を参照しながら説明する。式(2.1)の右辺に注目すると、初期時点 t_0 の情報に基づいており時刻 t に関する情報はなく、将来のIVは権利行使価格 K のみに依存して決定される。初期時点4月1日の権利行使価格を K_1 とすると、4月1日における権利行使価格 K_1 のIVがモデルの提示する将来時点(4月2日から4月30日)のIVとなり、これを $IV_1^{K_1}$ と記す。これに対して、将来時点において実現するIVは、4月2日から4月30日の各時点における権利行使価格 K_1 のIV(これらを $IV_2^{K_1}, \dots, IV_{30}^{K_1}$ と記す)である。よって、初期時点 t_0 が4月1日の場合、両者の誤差は次のように計量できる。

初期時点 t_0 が4月1日の場合の

$$\text{絶対誤差和} : \sum_{i=2}^{30} |IV_1^{K_1} - IV_i^{K_1}|$$

$$\text{標準誤差和} : \sum_{i=2}^{30} (IV_1^{K_1} - IV_i^{K_1})^2$$

初期時点 t_0 が4月1日以外の場合も、同様に算出でき、以下同様にして初期時点 t_0 は4月29日まで想定することができるので、観測期間内の総絶対誤差和、総標準誤差和は次のように表される。

$$\text{総絶対誤差和} : \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} |IV_j^{K_1} - IV_i^{K_1}|$$

$$\text{総標準誤差和} : \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} (IV_j^{K_1} - IV_i^{K_1})^2$$

3.2 Sticky Delta Model

ここでは、式(2.2)を参照しながら説明する。式(2.2)の右辺に注目すると初期時点 t_0 の情報及び評価時点 t の原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α に依存して、将来のIVが決まることがわかる。よって、初期時点 t_0 を4月1日とすると、4月1日における原資産価格 S_{t_0} と権利行使価格 K との乖離幅 α が500円(OTM1)となるIVがモデルの提示する将来時点(4月2日から4月30日)のIVとなり、これを IV_1^{OTM1} と記す。これに対して、将来時点において実現するIVは、4月2日から4月30日の各時点において原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α が500円(OTM1)となるIV($IV_2^{OTM1}, \dots, IV_{30}^{OTM1}$)である。本研究ではSSMと同様に検証を行い、次の総絶対誤差和、総標準誤差和を用いてSDMを計量することを提案する。

$$\text{総絶対誤差和} : \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} |IV_j^{OTM1} - IV_i^{OTM1}|$$

$$\text{総標準誤差和} : \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} (IV_j^{OTM1} - IV_i^{OTM1})^2$$

3.3 Sticky Skew Model

式(2.4)の右辺に注目すると「初期時点 t_0 と評価時点 t の原資産価格差 $(S_t - S_{t_0})$ 」と「原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α 」に依存して、将来のIVが決まることがわかる。よって、初期時点 t_0 を4月1日とすると、4月1日における原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α が500円(OTM1)となるIVにスキューが示唆する初期時点 t_0 と将来時点 t (4月2日)の原資産価格差 $(S_t - S_{t_0})$ に応じたATMのIVの変動項を加えたものがモデルの提示する時点(4月2日)のIVとなり、これを $IV_{1,2}^{OTM1}$ と記す。これに対して、将来時点において実現するIVは、4月2日から4月30日の各時点において原資産価格 S_t と権利行使価格 K との乖離幅 α が500円(OTM1)となるIV($IV_2^{OTM1}, \dots, IV_{30}^{OTM1}$)である。よって初期時点 t_0 を4月1日として以降4月30日まで日次で観測する場合、両者の総絶対誤差和、総標準誤差和は次のように計量できる。

$$\text{総絶対誤差和: } \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} |IV_{j,i}^{OTM1} - IV_i^{OTM1}| \quad \text{総標準誤差和: } \sum_{j=1}^{29} \sum_{i=j+1}^{30} (IV_{j,i}^{OTM1} - IV_i^{OTM1})^2$$

4. 株式市場局面とIVとの関連付け計量モデル

4.1 株式市場局面

観測期間における株式市場の局面を捉えるために、観測期間における原資産価格過程を式(4.1)の幾何ブラウン運動を用いて記述し、そのドリフトパラメータ μ とボラティリティパラメータ σ がともに大きければトレンドはあるが方向性がつかめない相場、(2)ドリフトパラメータ μ が大きくボラティリティパラメータ σ が小さければトレンドینگな相場、などと株式市場局面を捉えることとする。

$$(4.1) \quad \frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

ここで、 dW_t は標準ブラウン運動である。

4.2 株式市場局面とIVとの関連付け計量モデル

本研究では、株式市場局面がIVの性質に与える影響について検証を行うために、3項ロジットモデルを利用する。被説明変数は、観測期間 i (例えば、5月など特定の観測期間)の総誤差和が最も小さく観測期間中のIVの性質を最もよく表しているモデル、説明変数は観測期間 i の原資産原資産価格過程のドリフトパラメータ(観測期間ごとの日次平均リターン) μ とボラティリティパラメータ(観測期間ごとの日次平均ボラティリティ) σ を取り観測期間 i ごとに検証を行う。なお、具体的に検証を行う際には、被説明変数をSSMの場合 $Y_i = 0$ 、SDMの場合 $Y_i = 1$ 、SSKMの場合 $Y_i = 2$ とする。

このとき、 $Y_i = j$ となる確率 $P_{i,j}$ は式(4.2)で示される。

$$(4.2) \quad P_{i,j} = \exp(v_{i,j}) / \sum_{j=0}^2 \exp(v_{i,j}), \quad j = 0, 1, 2$$

$$\begin{aligned} v_{i,0} &= 0, \\ v_{i,1} &= \beta_0 + \beta_1 \mu_i + \beta_2 \sigma_i, \\ v_{i,2} &= \beta_3 + \beta_4 \mu_i + \beta_5 \sigma_i \end{aligned}$$

ここで $\beta_0 \dots \beta_5$ は未知のパラメータベクトル、 μ_i は観測期間 i におけるドリフトパラメータ、 σ_i は観測期間 i におけるボラティリティパラメータである。

また、3種類のモデルの選択確率を掛け合わせた尤度関数は式(4.3)で示される。

$$(4.3) \quad L(\beta_0 \dots \beta_5) = \prod_{Y_i=0} P_{i,0} \prod_{Y_i=1} P_{i,1} \prod_{Y_i=2} P_{i,2}$$

ここで \prod は各選択確率の積である。

最尤法により式(4.3)の対数尤度関数を最大化する、最尤推定量 $\hat{\beta}_0 \dots \hat{\beta}_5$ が求まる。この推定結果を用いて、ドリフトパラメータ μ 、ボラティリティパラメータ σ と選択確率との関係、つまり株式市場局面とIVの性質との関係をシミュレーションにより検証をする。

5. 実証分析

5.1 データ

実証分析において 2003 年 5 月 1 日から 2006 年 6 月 30 日までの大阪証券取引所で取引されている日経 225 平均株価(Fig.5 参照)を原資産とするプットオプションの IV と原資産価格 S_t を利用する。観測期間は 1 ヶ月、また対象限月(月に一度定められている権利行使日)は観測期間から 1,2,3 限月先とし、組み合わせは 3 通り、SSM における対象の権利行使価格 K は初期時点 t_0 の原資産価格 S_{t_0} から 500 円低いもの K_1 (OTM1)と 1000 円低いもの K_2 (OTM2), SDM, SSKM における対象の権利行使価格 K は日々の原資産価格 S_t から乖離幅 α が 500 円(OTM1)と 1000 円(OTM2)のものとする。よって、実証分析は 3 種類の IV モデルを合わせ合計 18 通り行う。

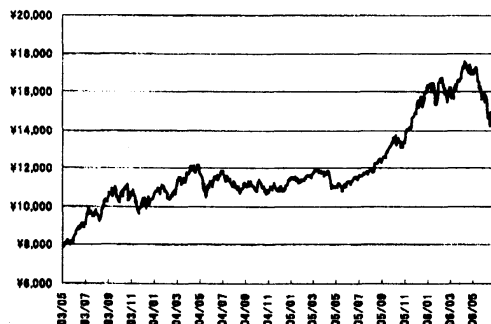


Fig.5 History of Nikkei225 index

○ 株式市場局面

IV の実証分析期間中の日経 225 平均株価の日次リターンの大きさの絶対値(ドリフト)と日次のボラティリティを 1 ヶ月ごとに平均をとり Fig.6 に示した。Fig.6 を見ると棒グラフで表される日次リターンの大きさは 2003 年 9 月から 2005 年 8 月までの株価安定期では値が小さいがこの期間を挟んで 2003 年 5 月から 8 月までは上昇局面であり、2005 年 9 月から 2005 年 12 月までの急激な上昇の 2 期間においては値が大きく、株価の変移が大きいトレンド局面であることがわかる。また、折れ線で示されている日次ボラティリティは株価安定期を含む 2003 年から 2004 年度の前半までは、高水準で推移し、それ以降は低下するが 2006 年に入ってから上昇している。また、こうした結果から、IV の実証分析期間中の株式市場局面にトレンド局面、トレンドがない局面の双方が含まれていることを確認できる。

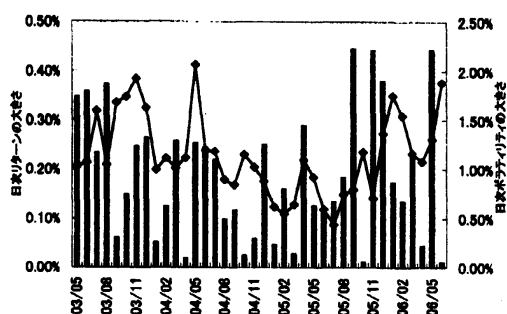


Fig.6 Daily return and volatility

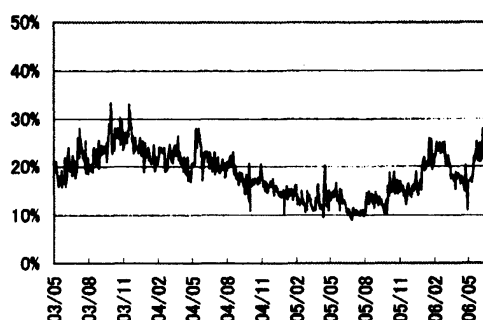


Fig.7 History of ATM implied volatility

5.2 分析結果とその考察

○ 限月別 IV 性質比較

観測期間 i ごとに実際の IV との誤差が最も小さいモデルの総計を取り、3 種類の IV モデルの選択確率を限月別に求めた。絶対誤差を用いた場合は Fig.8、標準誤差を用いた場合は Fig.9 に示した。Fig.8 をみると、満期までの時間が短いほど SDM の選択確率が増加しており、反対に SSM の選択確率が減少していることが確認できる。これは、満期が近づくにつれて市場参加者の関心が、権利行使価格から、オプションによりどの程度の大きさ原資産価格が変移すれば収益が得られる

かどうかに移るためである。また、SSKM の選択確率は満期によらず低水準であり、スキューが示唆するほど IV は変化しないことが伺える。次に、Fig.9 のモデル選択に標準誤差を用いた場合は、SSM モデルの選択確率が低く、SSKM の選択確率が高いことが確認できる。これは標準誤差を用いた場合、実測値との誤差が 2 乗されるために、もし僅かでも推定値が実測値から大幅に乖離していた場合には誤差が非常に大きくなるためである。しかし、SSKM は原資産価格変動にあわせ IV をフレキシブルに変更できるモデルであるために大きく推定値から外れることが少なかったと考えられ、そのために、絶対誤差を用いた場合と比べて高い確率で選択されたと考えられる。つまり、これらの結果から、SSM は推定値からところどころ大幅に外れてしまうリスクはあるが誤差の絶対値的な大きさは小さい、反対に SSKM は推定値からの誤差は安定的だが、絶対的な誤差の大きさでは SSM のほうが優れているといえる。また、SDM はどのような誤差の取り方をしても安定的に高い選択確率を得ており、推定値と実測値との誤差が安定的で大きさも小さい非常に優れたモデルといえる。

Fig.10, Fig.11 は、すべての限月におけるモデル選択確率を初期時点の権利行使価格によって分類した場合のモデルの選択確率を表したグラフである。Fig.10, Fig.11 をみると、モデルの選択に絶対誤差、標準誤差のどちらを用いた場合でも、結果は、初期時点の権利行使価格(OTM1, OTM2)にあまり影響されない。つまり、初期時点の権利行使価格を OTM1, OTM2 などと設定することは IV のモデル選択確率に影響をほぼ与えないことが確認できた。

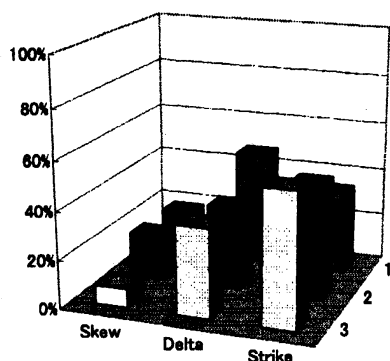


Fig.8 Model selection probability based on absolute deviation

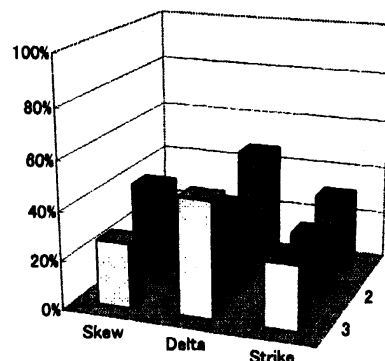


Fig.9 Model selection probability based on standard deviation

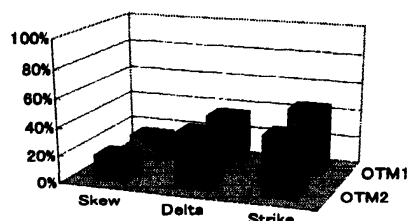


Fig.10 Model selection probability based on absolute deviation

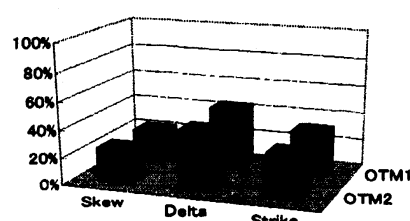


Fig.11 Model selection probability based on standard deviation

○ 株式市場局面と IV の 3 項ロジットモデルを用いた計量分析

Fig.12, Fig.13 は、ボラティリティを検証期間中の平均値(1.15%)に固定し、日次リターンの大きさを変化させた場合にそれぞれ絶対誤差、標準誤差を基準とした場合に 3 種類の IV モデルの選択確率がどのように変化するかについてグラフに示したものである。モデルの選択確率が高いほど IV モデルが実際の IV の性質を表している。Fig.12, Fig.13 をみると、どちらの場合においても、日次リターンの大きさが増加すればするほど、SDM モデルの選択確率が上昇しているが、逆に SSM モデルの選択確率は、減少していることがわかる。これは、相場がトレンドに上昇または下降している場合、市場参加者はオプションを評価する際に原資産価格と権利行使価格との

乖離幅に着目することが伺える。また、SSKM の選択確率は日次リターンを変化させた場合でも低確率で安定しており、スキューが示唆するほど実際の IV は変化しないことが確認できる。

Fig.14, Fig.15 は、リターンの大きさを検証期間中の平均値(0.19%)に固定し、ボラティリティを変化させた場合のそれぞれ絶対誤差、標準誤差を基準とした場合の3種類のIVモデルの選択確率がどのように変化するかについてグラフに示したものである。Fig.14, Fig.15 をみると、どちらの場合においても、ボラティリティが増加すればするほど、SSM の選択確率が上昇しているが、逆にSDM の選択確率は、減少していることがわかる。これは、相場がトレンドでないために市場参加者が所有するオプションの行使価格を変えるのを躊躇うためである。また、SSKM の選択確率は日次リターンを変化させた場合と同様に低確率で安定しており、スキューが示唆するほど実際のIVは変化しないことが確認された。

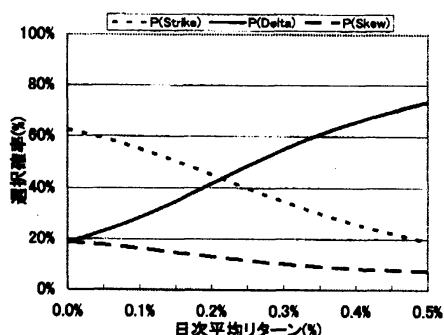


Fig.12 Model selection probability based on absolute deviation with respect to daily return

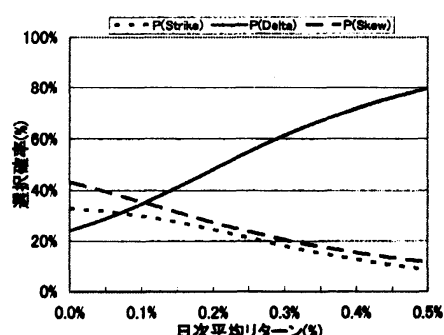


Fig.13 Model selection probability based on standard deviation with respect to daily return

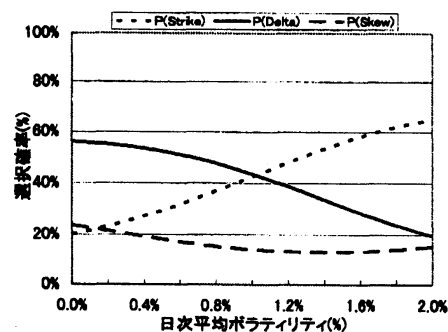


Fig.14 Model selection probability based on absolute deviation with respect to daily volatility

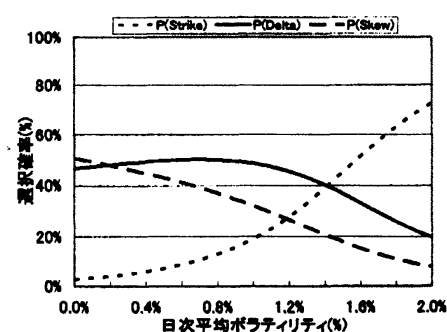


Fig.15 Model selection probability based on standard deviation with respect to daily volatility

6. まとめ

本研究では、株式市場の局面がIVの性質に与える影響について3種類のIVモデルを用いて実証分析を行った。分析結果から、市場参加者がオプションを評価する際はトレンドない株式市場局面の場合には、権利行使価格と原資産価格との乖離幅に着目し、反対にトレンドのない局面では、権利行使価格のみに着目する傾向があることを確認できた。

・参考文献

- [1] Black, Fischer, Myron Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy* 81 (3) (1973) 637-659.
- [2] Derman E, I Kani, "Riding on a Smile," *Risk* February (1994) 32-39.
- [3] Derman E, "Regimes of Volatility," *Risk* April (1999) 55-59.
- [4] Dupire B, "Pricing with a Smile," *Risk* January (1994) 18-20.
- [5] 縄田和満, "Probit, Logit, Tobit," 応用計量経済学Ⅱ, 多賀出版, 東京 (1997) 237-267.
- [6] Rubinstein M, "Implied Binomial Trees," *Journal of Finance* 49 (3) (1994) 771-811.